

## Racionální čísla $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Čísla, která se dají zapsat jako podíl (zlomek) dvou celých čísel, se nazývají čísla racionální :  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$   
 $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  (množiny celých čísel);  $b, d \neq 0$

\* Dva zlomky  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$  kde  $b, d \neq 0$  jsou si rovny tehdy, když platí  **$a \cdot d = b \cdot c$**

Například:  $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ , protože  $3 \cdot 20 = 4 \cdot 15$  nebo  $\frac{-5}{7} = \frac{-10}{14}$ , protože  $(-5) \cdot 14 = 7 \cdot (-10)$

nebo hodnoty zlomků, to je výsledky dělení jsou si rovny  $3 : 4 = 0,75$  stejně jako  $15 : 20 = 0,75$

## Zlomky

stejnomené  $\frac{a}{b}, \frac{c}{b}, \frac{d}{b}$  mají stejného jmenovatele!  $b \neq 0$

**sčítání**  $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{d}{b} = \frac{a + c + d}{b}$

Příklad:  $\frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{8}{9}$

**odčítání**  $\frac{d}{b} - \frac{c}{b} - \frac{a}{b} = \frac{d - c - a}{b}$

Příklad:  $\frac{13}{15} - \frac{3}{15} - \frac{6}{15} = \frac{13 - 3 - 6}{15} = \frac{4}{15}$

nestejnomené  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{x}{y}$  mají různé jmenovatele!  $b, d, y \neq 0$

**sčítání**  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{x}{y} = \frac{a \cdot d \cdot y + c \cdot b \cdot y + x \cdot b \cdot d}{b \cdot d \cdot y}$

Příklad:  $\frac{3}{7} + \frac{11}{12} = \frac{3 \cdot 12 + 11 \cdot 7}{7 \cdot 12 (= 84)} = \frac{113}{84} = 1 \frac{29}{84}$   
nebo  $= \frac{36}{84} + \frac{77}{84} = \frac{113}{84} = 1 \frac{29}{84}$

**odčítání**  $\frac{x}{y} - \frac{c}{d} - \frac{a}{b} = \frac{x \cdot d \cdot b - c \cdot y \cdot b - a \cdot y \cdot d}{y \cdot d \cdot b}$

Příklad:  $\frac{11}{12} - \frac{3}{7} = \frac{11 \cdot 7 - 3 \cdot 12}{12 \cdot 7 (= 84)} = \frac{41}{84}$   
nebo  $= \frac{77}{84} - \frac{36}{84} = \frac{41}{84}$

rozšíření zlomku je vynásobení čitatele i jmenovatele stejným číslem, **hodnota zlomku se nemění**.

$x = \frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$

Příklad:  $x = \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$  protože,  
 **$2 : 3 = 0,6666$**   
 **$14 : 21 = 0,6666$**

**krácení zlomku** je opakem rozšíření, čitatele i jmenovatele dělíme stejným číslem, **hodnota zlomku se nemění**.

$$x = \frac{a}{b} = \frac{a:k}{b:k}$$

*Příklad:*  $x = \frac{20}{25} = \frac{20:5}{25:5} = \frac{4}{5}$

**násobení zlomku číslem** provedeme tak, že násobíme tímto číslem **pouze čitatele**.

$$\frac{a}{b} \cdot x = \frac{a \cdot x}{b}$$

*Příklad:*  $\frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7}$

**dělení zlomku zlomkem** se provede tak, že násobíme **převrácenou hodnotou**.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

*Příklad:*  $\frac{3}{5} : \frac{9}{10} = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

nebo složený  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

*Příklad:*  $\frac{\frac{5}{3}}{\frac{7}{9}} = \frac{5 \cdot 9}{3 \cdot 7} = \frac{45}{21} = \frac{15}{7} = 2 \frac{1}{7}$

**Smíšená čísla**  $R \frac{a}{b} = \frac{R \cdot b + a}{b}$

*Příklad:*  $2 \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 4}{5} = \frac{10 + 4}{5} = \frac{14}{5}$

**Příklady k procvičení:**

**Výsledek**

a)  $\frac{2}{5} + \frac{1}{10} =$

$$\left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

b)  $\frac{3}{10} - \frac{5}{12} =$

$$\left\{ -\frac{7}{60} \right\}$$

c)  $\frac{8}{21} + \frac{5}{7} - \frac{5}{42} =$

$$\left\{ \frac{41}{42} \right\}$$

d)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{11}{12} =$

$$\left\{ \frac{11}{16} \right\}$$

e)  $\frac{2}{7} \cdot \frac{14}{15} =$

$$\left\{ \frac{4}{15} \right\}$$

f)  $\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{10} =$

$$\left\{ \frac{9}{8} \right\}$$

g)  $\frac{4}{9} : \frac{5}{7} =$

$$\left\{ \frac{28}{45} \right\}$$

h)  $\frac{13}{17} : \frac{26}{17} =$

$$\left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

i)  $\frac{11}{100} : \frac{33}{50} =$

$$\left\{ \frac{1}{6} \right\}$$

j)  $\left( -2 \frac{1}{2} - 3 \frac{1}{3} \right) : \left( -1 \frac{1}{4} \right) =$

$$\left\{ 4 \frac{2}{3} \right\}$$